

Республикалық математикалық олимпиаданың аудандық кезеңі

8-сынып, I күн

Жұмыс уақыты: 3 сағат. Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

Калькуляторды пайдалануға тиым салынады.

1. Әрбір $i = 1, 2, \dots, n$ үшін $|d_i| \leq 1$ болатын d_1, d_2, \dots, d_n сандар тізбегі берілген. Әрбір $i = 1, 2, \dots, n$ үшін $|s_1 d_1 + s_2 d_2 + \dots + s_i d_i| \leq 1$ болатындай $+1$ мен -1 -ден тұратын s_1, s_2, \dots, s_n тізбегі табылатынын дәлелдеңдер.
2. Сүйірбұрышты ABC үшбұрышының медианаларының қиылысу нүктесі M болсын. Егер AMB, BMC, CMA үшбұрыштарына іштей сызылған шеңберлердің центрі өзара тең болса, ABC үшбұрышының дұрыс екенін дәлелдеңдер.
3. Бүтін сандардан құралған A жиынының ең кіші элементі 1-ге, ал ең үлкені 100-ге тең. A -ның 1-ден өзге әрбір элементі A -ның екі санының қосындысына тең (бұл екі сан өзара тең болуы мүмкін). Осы шартты қанағаттандыратын A жиындарының ішінен элементтерінің саны ең аз болатынын көрсет.

Районный этап республиканской олимпиады по математике

8 класс, I день

Время работы: 3 часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов.

Использование калькуляторов запрещено.

1. Задана последовательность чисел d_1, d_2, \dots, d_n такая, что $|d_i| \leq 1$ для любого $i = 1, 2, \dots, n$. Докажите, что можно выбрать последовательность s_1, s_2, \dots, s_n чисел из $+1$ и -1 так, что для всех $i = 1, 2, \dots, n$ выполнится $|s_1 d_1 + s_2 d_2 + \dots + s_i d_i| \leq 1$.
2. Пусть M – точка пересечения медиан остроугольного треугольника ABC . Докажите, что если радиусы окружностей, вписанных в треугольники AMB, BMC, CMA , равны, то треугольник ABC – правильный.
3. Множество A состоит из целых чисел, его наименьший элемент равен 1, а наибольший – 100. Каждый элемент A , кроме 1, равен сумме двух (возможно, равных) чисел из A . Укажите среди всех множеств A , удовлетворяющих этим условиям, множество с минимальным числом элементов.